

MIHAEL BRENČIČ

# DINAMIKA PODZEMNE VODE

Mihael Brenčič

**DINAMIKA PODZEMNE VODE**

Oddelek za geologijo  
Naravoslovnotehniška fakulteta  
Ljubljana, 2021

**Povzetek:** Knjiga predstavlja učbenik dinamike toka podzemne vode. Obravnava osnovne lastnosti poroznega medija, Darcyjev zakon in meje njegove veljavnosti skupaj z Dupuitovo hipotezo. Predstavljena je neposredna integracija Darcyjevega zakona pri različnih konceptualnih modelih vodonosnikov. Za zaprt, odprt in polzaprt vodonosnik v medzrnski poroznosti so podane izpeljave izhodiščnih enačb v nestacionarnem tokovnem režimu v Kartezijevem in cilindričnem koordinatnem sistemu. Predstavljene so značilnosti toka v razpoklinskem poroznem mediju in v poroznem mediju z dvojno poroznostjo. O toku vode v nezasičenem območju so podani osnovni tokovni modeli ter izhodiščna enačba. Poglavje o numeričnem modeliranju podaja osnovno teorijo reševanja hidrogeoloških problemov s pomočjo metode končnih razlik.

**Ključne besede:** hidrogeologija, podzemna voda, porozni medij, medzrnski porozni medij, razpoklinski porozni medij, poroznost, dvojna poroznost, vodonosnik, odprti vodonosnik, zaprti vodonosnik, polzaprti vodonosnik, vodnjak, vodna bilanca, tok v ravnini, radialni tok, zasičeno območje, nezasičeno območje, Darcyjev zakon, Dupuitova hipoteza, piezometrična višina, osnovna enačba toka podzemne vode, koeficient prepustnosti, uskladiščenje, črpalni poizkus, diferencialna enačba, parcialna diferencialna enačba, difuzijska enačba, numerične metode, metoda končnih razlik.

**Summary:** The book is a textbook about groundwater flow dynamics. It deals with the basic properties of a porous medium, Darcy's law, and the limits of its validity along with Dupuit's hypothesis. The direct integration of Darcy's law in various conceptual models of aquifers is presented. For a confined, unconfined, and leaky aquifer in intergranular porosity, derivations of the basic equations in the nonstationary flow regime in the Cartesian and cylindrical coordinate systems are given. The flow characteristics in a fissured porous medium and in a porous medium with double porosity are presented. The chapter on water flow in an unsaturated area gives the basic flow models and the basic equation. The chapter on numerical modeling gives the basic theory of solving hydrogeological problems using the finite difference method.

**Keywords:** hydrogeology, groundwater, porous media, intergranular porous media, fissured porous media, porosity, double porosity, aquifer, unconfined aquifer, confined aquifer, leaky aquifer, well, water balance, plane flow, radial flow, phreatic zone, vadose zone, Darcy law, Dupuit hypothesis, piezometric level, hydraulic head, groundwater flow equation, hydraulic permeability, storage, pumping test, differential equation, partial differential equation, diffusion equation, finite difference method.

# DINAMIKA PODZEMNE VODE

Prvi natis

Avtor: Mihael Brenčič

Recenzenti: Mitja Janža, Jože Ratej, Goran Vižintin

Jezikovni pregled: Irena Hvala

Oblikovanje ovitka: Blaž Grm

©Mihael Brenčič - vse pravice pridržane

Izdal: Oddelek za geologijo

Založila: Naravoslovnotehniška fakulteta, Univerza v Ljubljani

Prelom: Mihael Brenčič

Tisk: Birografika Bori d.o.o.

Naklada: 250 izvodov

Cena: 20 €

CIP - Kataložni zapis o publikaciji  
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

556.34

BRENČIČ, Mihael

Dinamika podzemne vode / Mihael Brenčič. - Ljubljana :  
Naravoslovnotehniška fakulteta, 2021

ISBN 978-961-94145-8-3

COBISS.SI-ID 62590723

# Kazalo

<b>1</b>	<b>UVOD</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>OSNOVNA FIZIKALNA IZHODIŠČA</b>	<b>12</b>
2.1	Porozni medij . . . . .	12
2.2	Vodonosniki . . . . .	13
2.3	Preproste fizikalne lastnosti poroznega medija . . . . .	15
2.4	Viskoznost tekočine . . . . .	20
2.5	Hidravlična ali piezometrična višina . . . . .	23
2.6	Pretok . . . . .	28
2.6.1	Opredelitev pretoka . . . . .	28
2.7	Tokovni režimi . . . . .	33
2.8	Reprezentativni elementarni volumen – REV . . . . .	35
2.9	Vodna bilanca . . . . .	37
<b>3</b>	<b>DARCYJEV ZAKON</b>	<b>40</b>
3.1	Izhodišča . . . . .	40
3.2	Dupuitova hipoteza . . . . .	43
3.3	Darcyjev zakon v prostoru in heterogenem okolju . . . . .	46
3.4	Izpeljava Darcyjevega zakona . . . . .	50
3.5	Veljavnost Darcyjevega zakona . . . . .	55
3.6	Določitev koeficienta prepustnosti . . . . .	60
3.6.1	Izhodišča . . . . .	60
3.6.2	Permeometri . . . . .	61
3.6.3	Krivulje zrnivosti . . . . .	64
3.7	Neposredna integracija Darcyjevega zakona . . . . .	65
3.7.1	Zaprta vodonosnik . . . . .	66
3.7.2	Odprta vodonosnik . . . . .	82
3.8	Razširjena oblika Darcyjevega zakona . . . . .	104
3.9	Veljavnost Dupuitove hipoteze . . . . .	106

<b>4</b>	<b>USKLADIŠČENJE</b>	<b>120</b>
4.1	Izhodišča . . . . .	120
4.2	Splošna opredelitev koeficienta uskladiščenja . . . . .	121
4.3	Koeficient elastičnega uskladiščenja . . . . .	123
4.3.1	Izhodišča . . . . .	123
4.3.2	Zaprta vodonosnik . . . . .	124
4.3.3	Odprta vodonosnik . . . . .	134
4.4	Barometrična učinkovitost vodonosnika . . . . .	135
4.5	Plimska učinkovitost vodonosnika . . . . .	139
<b>5</b>	<b>OSNOVNE ENAČBE TOKA PODZEMNE VODE</b>	<b>142</b>
5.1	Splošne značilnosti enačb . . . . .	142
5.2	Reševanje enačb . . . . .	143
5.2.1	Konceptualni model vodonosnika . . . . .	145
5.2.2	Začetni pogoji . . . . .	146
5.2.3	Robni pogoji . . . . .	146
5.3	Enačba ravninskega toka v zaprtem vodonosniku . . . . .	148
5.3.1	Matematična izhodišča . . . . .	148
5.3.2	Izpeljava enačbe toka v ravnini . . . . .	159
5.3.3	Analitične rešitve enačbe toka v ravnini . . . . .	165
5.4	Enačba toka proti vodnjaku v zaprtem vodonosniku . . . . .	182
5.4.1	Pretvorba koordinatnega sistema . . . . .	182
5.4.2	Analitične rešitve za stacionarni tok proti vodnjaku . . . . .	185
5.4.3	Analitične rešitve za nestacionarni tok proti vodnjaku . . . . .	188
5.4.4	Delovanje skupine vodnjakov . . . . .	198
5.4.5	Vplivno območje vodnjaka . . . . .	213
5.5	Enačba toka v odprtem vodonosniku . . . . .	222
5.5.1	Enačba toka v ravnini . . . . .	222
5.5.2	Enačba toka proti vodnjaku . . . . .	235
5.6	Enačba toka v polzaprtem vodonosniku . . . . .	242
5.6.1	Matematična izhodišča . . . . .	242
5.6.2	Enačba toka v ravnini . . . . .	246
5.6.3	Enačba toka proti vodnjaku . . . . .	253
5.7	Konsolidacija . . . . .	261
5.7.1	Vloga konsolidacije v hidrogeologiji . . . . .	261
5.7.2	Matematična izhodišča . . . . .	263
5.7.3	Enodimenzionalna konsolidacijska enačba . . . . .	266
5.7.4	Rešitve konsolidacijske enačbe . . . . .	273

5.7.5	Primerjava parametrov konsolidacije z elastičnimi parametri vodonosnikov . . . . .	283
<b>6</b>	<b>OSNOVE TOKA V RAZPOKLINSKEM POROZNEM MEDIJU</b>	<b>289</b>
6.1	Izhodišča . . . . .	289
6.2	Tok skozi razpoko z vzporednimi ploskvami . . . . .	291
6.2.1	Ravninski tok . . . . .	291
6.2.2	Radialni tok . . . . .	296
6.3	Tok skozi razpoko s hrapavimi stenami . . . . .	297
6.4	Tok skozi sistem razpok . . . . .	299
<b>7</b>	<b>OSNOVE TOKA V POROZNEM MEDIJU Z DVOJNO POROZNOSTJO</b>	<b>312</b>
7.1	Izhodišča . . . . .	312
7.2	Ravninski tok v dvojni poroznosti . . . . .	313
7.2.1	Izpeljava osnovne enačbe . . . . .	313
7.2.2	Analitični model toka v ravnini . . . . .	316
7.3	Tok proti vodnjaku . . . . .	322
7.4	Fraktalni modeli . . . . .	327
<b>8</b>	<b>OSNOVNE ENAČBE TOKA V NEZASIČENEM OBMOČJU</b>	<b>331</b>
8.1	Izhodišča . . . . .	331
8.2	Površinska napetost in kapilarni dvig . . . . .	332
8.3	Opredelitev toka vode . . . . .	337
8.3.1	Hidravlični potencial vode v nezasičenem mediju . . . . .	338
8.3.2	Značilna krivulja tal . . . . .	339
8.4	Osnovna enačba toka vode v nezasičenem območju . . . . .	345
<b>9</b>	<b>NUMERIČNE METODE V HIDROGEOLOGIJI</b>	<b>349</b>
9.1	Izhodišča . . . . .	349
9.2	Metoda končnih razlik . . . . .	353
9.2.1	Diskretizacija prostora . . . . .	353
9.2.2	Diskretizacija časa . . . . .	364
9.3	Metoda končnih elementov . . . . .	368
9.4	Druge numerične metode . . . . .	369

<b>10 RAZGLED PO TEORIJI</b>	<b>371</b>
10.1 Klasifikacija . . . . .	371
10.2 Tok v medzrnskem poroznem mediju . . . . .	373
10.3 Tok v razpoklinskem poroznem mediju . . . . .	377
10.4 Napredna teorija toka v poroznem mediju . . . . .	378
10.5 Za konec . . . . .	380



# Poglavje 1

## UVOD

*Naj mi Bog, ki v rokopisu, v tisku in na tabli skrbi za uporabo matematičnih simbolov, oprosti moje grehe.*

---

Herman Weyl

Vse premalo se zavedamo dejstva, da je v Sloveniji podzemna voda izredno pomembna. Več kot 95 %, ki se jo uporablja v oskrbi prebivalstva s pitno vodo, prihaja iz vodonosnikov. Podzemna voda je pomembna tudi zaradi številnih drugih rab, v industriji in v kmetijstvu, vedno bolj je pomembna tudi v energetiki. V vseh primerih je treba s podzemno vodo ustrezno gospodariti in upravljati. To pa ni mogoče brez ustreznega znanja, ki mora izhajati tako iz kvalitativno, kot kvantitativno oprtih dejstev. Pri tem nam pomaga poznavanje fizike toka podzemne vode, ki je sestavni del širše zasnovane vede, ki jo imenujemo dinamika toka tekočin v poroznem mediju. Ta predstavlja posebno znanstveno področje, ki je pomembno v številnih znanostih. Najprej je to seveda hidrogeologija, iz katere izhajajo številne teoretične zasnove, hkrati pa so ta znanja pomembna v kemijskem inženirstvu, v strojništvu in tudi v biologiji, povsod tam, kjer so materiali, s katerimi imamo opraviti, porozni.

V naravi in v inženirskih strokah se srečujemo z raznolikimi materiali, ki imajo tudi različno obliko por. V hidrogeologiji, glede na geometrijo por ločimo tri osnovne skupine; medzrnsko poroznost, razpoklinsko poroznost in kanalsko poroznost. Poznamo pa tudi njihove kombinacije, v takšnem primeru govorimo o dvojni, včasih celo o trojni poroznosti (npr. v krasu). Vsaka od poroznosti zahteva svojsko teorijo obravnave toka, enako velja tudi za kombinacije teh poroznosti. Najbolj temeljito je razvita teorija

---

toka vode skozi medzrnski porozni medij, ta teorija je po svojem izvoru tudi najstarejša. Teoriji toka za ostali geometriji poroznosti sta manj razviti, njihova uporaba pa je pogosto omejena na ozko specializirana področja. To je posledica tega, da je na tem področju mnogo manj aplikacij kot v medzrnskem poroznem mediju, hkrati pa gre za zapletene fizikalne sisteme, ki so še vedno predmet intenzivnih raziskav. Manjša izjema pri tem je tok v dvojni poroznosti, ki predstavlja kombinacijo medzrnskega toka in razpoklinskega toka. Tok v dvojni poroznosti je pomemben v naftnem inženirstvu, zato tudi na tem področju v literaturi najdemo obsežno teorijo, ki pa ni tako sistematizirana kot v medzrnskem poroznem mediju.

V knjigi obravnavamo le gravitacijsko inducirane tokove podzemne vode, medtem ko ostale inducirane tokove omenjamo le na nekaterih mestih. Čeprav gre v primerih drugačno induciranih tokov podzemne vode za pomembno teorijo, s katero se srečujemo tudi v vsakdanji hidrogeološki praksi, kot so študije onesnaževanja podzemne vode, ali pri rabi toplotne energije, se te teorije zaradi preobsežnosti ne lotevamo. Ta problematika si zasluži samostojno besedilo. Kljub temu naše delo sega nekoliko širše, kot je to običajno za knjige, ki obravnavajo dinamiko toka podzemne vode. Vsebuje samostojna poglavja o toku vode v razpoklinskem mediju, v mediju z dvojno poroznostjo in v nezasičenem medzrnskem poroznem mediju. Ta teorija v vsakdanji hidrogeološki praksi vedno bolj in bolj pridobiva na veljavi, zato je prav, da se z njo seznanimo tudi v okviru klasičnih hidrogeoloških pristopov.

Bralec, več fizike in matematike se bo morda vprašal, zakaj so nekatere izpeljave podane na dolgo in široko ter zakaj izvedba nekaterih enačb, zlasti bolj preprostih, ni prepuščena bralcu samemu. Vzrokov za to je več. Glavni razlog leži v tem, da je knjiga namenjena prihodnjim hidrogeologom, ki prihajajo iz geoloških vrst. V študijskem programu geologov je premalo osnov matematike in fizike, ki bi omogočale hitrejši študij podane teorije. Zato je prav, da se problematike lotimo postopoma in kar se da na osnovni inženirski ravni poznavanja matematike in fizike.

Marsikomu se bodo zdele enačbe zapletene in nepotrebne. Konec koncev so danes na voljo številna komercialna računalniška orodja, ki nam v hidrogeologiji omogočajo enostavno in učinkovito obdelavo hidrogeoloških podatkov. Sem sodijo modeli toka podzemne vode v regionalnem merilu ali pa modeli za namene obdelave črpalnih poizkusov. Vendar, znova in znova se izkaže, da zgolj uporaba računalniških programov ne zadošča. Strokovnjak hidrogeolog mora imeti globlji vpogled v teorijo toka podzemne vode. Računalniški programi so zgolj orodja, in v kolikor ne poznamo njihovega teoretičnega ozadja, je lahko njihova uporaba kontraproduktivna in včasih

---

tudi nevarna, saj lahko napačne inženirske odločitve za seboj potegnejo veliko finančno ali materialno škodo.

Zakaj knjiga o dinamiki toka podzemne vode v slovenščini, ko pa imamo o tej problematiki v svetovni literaturi nekaj odličnih knjig? Primarni vzrok je, da je knjiga namenjena začetnikom, ki šele osvajajo hidrogeologijo. Mnogo lažje je zahtevno študijsko snov začeti spoznavati v materinem jeziku, kot v tujih jezikih, v katerih je terminologija težko razumljiva. Drugi razlog pa leži v dejstvu, da je hidrogeologija v sodobnem življenju slovenske družbe pomembna, čeprav tega morda ne vidimo neposredno. A če začnemo že pri oskrbi prebivalstva s pitno vodo, nam bo takoj jasno, v čem je pomen hidrogeološke stroke. Knjige, napisane v slovenščini, imajo tako tudi širši pomen, omogočajo komunikacijo med različnimi strokami in tudi z laično javnostjo.

Knjiga je kot učbenik namenjena študentom magistrskega študija pri predmetih *Kvantitativna geologija* in *Dinamika toka podzemne vode*, kot dodatno študijsko gradivo pa tudi doktorskim študentom pri predmetu *Podzemne vode*, ki poteka v okviru doktorskega študija Grajeno okolje, smer Geologija. In nenazadnje, po knjigi lahko posežejo tudi študentje nižjih letnikov, ki se s hidrogeologijo šele seznanjajo. Avtor hkrati upa, da je snov podana tako, da bo delo koristilo tudi hidrogeologom v praksi, saj je bilo v slovenskem jeziku do sedaj na voljo le malo podobnih besedil. In nenazadnje, avtor si želi, da bo knjiga prispevala k boljšemu razumevanju hidrogeološke stroke tudi s strani drugih strok, ki se srečujejo z njo, in morda vsaj deloma tudi v laični javnosti.